

Conceptos básicos de metalógica

Curso 2014-2015

Mari Carmen Suárez de Figueroa Baonza
mcsuarez@fi.upm.es



POLITÉCNICA

Motivación

- Si afirmo A_1 y A_2 y ... A_n , ¿podría afirmar también B ?
- Hemos visto **dos tipos de técnicas** para analizar la corrección de argumentaciones representadas con lenguajes formales:
 - **Análisis semántico**: Si siempre que A_1, A_2, \dots, A_n son ciertos, B también lo es, la argumentación es correcta ($\{A_1, \dots, A_n\} \models B$)
 - **Cálculo deductivo**: Si partiendo de A_1, A_2, \dots, A_n como premisas puedo construir una prueba para B (usando las reglas de inferencia de la deducción natural), la argumentación es correcta ($T[A_1, A_2, \dots, A_n] \vdash B$)
- Tiene interés estudiar qué propiedades debería mostrar un sistema formal para que dicho análisis sea fiable
 - Queda una cuestión pendiente:
 - ¿Siempre que $\{A_1, \dots, A_n\} \models B$ también se cumple $T[A_1, A_2, \dots, A_n] \vdash B$?
 - ¿Siempre que $T[A_1, A_2, \dots, A_n] \vdash B$ también se cumple $\{A_1, \dots, A_n\} \models B$?

Propiedades Metalógicas de un Sistema Formal

Las propiedades más relevantes son:

- ♦ **Validez** (corrección): todas las fórmulas que se pueden demostrar en el sistema, son válidas

$$T \vdash A \Rightarrow \models A \quad \text{para toda } A$$

- ♦ **Completitud**: todas las fórmulas válidas se pueden demostrar

$$\models A \Rightarrow T \vdash A \quad \text{para toda } A$$

- ♦ **Consistencia**: en el sistema no es posible deducir una contradicción

$$T \nvdash A \wedge \neg A$$

- ♦ **Decidibilidad**: dada una fórmula cualquiera, siempre puedo saber si es demostrable o no en el sistema

$$T \vdash A \text{ o } T \nvdash A$$

Principales Resultados Metalógicos sobre LP

- La **Lógica Proposicional** (LP) puede sistematizarse en sistemas formales que sean:
 - Válidos, Consistentes y Completos
 - Decidibles para los problemas de validez y deducibilidad

Conceptos básicos de metalógica

Curso 2014-2015

Mari Carmen Suárez de Figueroa Baonza
mcsuarez@fi.upm.es



POLITÉCNICA